EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2022–2023

MATERIA: MATEMÁTICAS II	(4)
Convocatoria:	

Criterios de calificación

A) Se valorará todo lo escrito en cada respuesta y no sólo el resultado final.

B) En las respuestas se corregirán los desarrollos necesarios y también las explicaciones breves de los mismos.

C) Cada error cometido en una respuesta resta calificación en función de la importancia de dicho error, pero no repercute en lo que se haya hecho después, mientras lo realizado sea coherente con dicho error y tenga sentido matemático.

D) Se penalizará cada notación gravemente incorrecta, que indique desconocimiento de cuestiones importantes (por ejemplo, usar la notación de determinante cuando se trata de una matriz o viceversa, confundir coordenadas de vector o de punto).

E) Cuando sea necesario representar gráficamente una función, dicha representación deberá basarse en características importantes de la misma, que deberá obtener previamente, aunque en el enunciado de la pregunta esto no se haya pedido de forma explícita.

F) Cuando haya que representar gráficamente una región plana, sea limitada por rectas, sea limitada por curvas y rectas, o sea limitada por varias curvas, no sólo habrá que representar correctamente los segmentos o arcos que intervengan (según apartado E), sino que habrá que calcular los puntos de corte entre ambas gráficas, si dichos puntos están relacionados con la región pedida. Se dará cada uno de esos puntos con sus dos coordenadas, aunque no se pida explícitamente.

G) Cuando se piden abscisas basta con la coordenada x. Cuando se piden puntos deben dar las dos coordenadas.

H) Los rangos de las matrices hay que justificarlos (puede hacerse por la técnica de menores orlados o reduciendo la matriz a una escalonada por filas equivalentes)

I) En respuestas sobre geometría del espacio, no basta escribir una ecuación pedida (o que se necesite para otro resultado), sino que se requiere una explicación mínima de lo que significa geométricamente y de dónde provienen los números que aparecen en esta como coeficiente. Igualmente, cuando se trata de varias ecuaciones simultáneas (ecuaciones de una recta o ecuaciones paramétricas de un plano).

J) Los cálculos intermedios hay que hacerlos siempre en forma exacta (se observa que algunos alumnos, desde el principio de una respuesta, sustituyen algún valor por una mala aproximación decimal, con la cual operan dando por bueno el resultado final obtenido, que suele estar muy alejado del resultado correcto). Así uno de los objetivos a evaluar es una operatoria adecuada y que conozcan el uso correcto de los números que deben utilizar según el contexto de trabajo.

K) Se exige utilizar correctamente los signos de igualdad y de aproximación.

L) En los cálculos de probabilidad donde se proceda a realizar la aproximación de la distribución binomial por la distribución normal se debe justificar que el procedimiento se puede hacer.

M) En los problemas de probabilidad se debe indicar el teorema que se utiliza para realizar el cálculo de la probabilidad.

N) Los problemas de probabilidad que utilicen la Distribución Binomial, deberán escribir la fórmula de cálculo de la probabilidad.

SE PROPONE UNA SOLUCIÓN CORRECTA. OTRAS SOLUCIONES CORRECTAS TAMBIÉN SE ACEPTAN

Bloque 1.- Análisis (seleccione solo una pregunta)

1A. Hallar la función polinómica $f(x)$ que verifica que tiene un punto mínimo en $M(1,2)$ y su segunda derivada es: $f''(x) = 2x + 3$. Dar la expresión de $f(x)$. 2.5 ptos

SOLUCIÓN
Para calcular la función cuya segunda derivada es la dada, deberemos integrar la función. Esta integración debe tener en cuenta la información acerca del punto dado, que es mínimo.

$$f'(x) = \int f''(x)dx = \int (2x+3)dx = 2\frac{x^2}{2} + 3x + k = x^2 + 3x + k$$

Como el punto M es un mínimo, significa que cuando x=1, la derivada de la función debe ser cero.

$$f'(1) = 1^2 + 3 \cdot 1 + k = 4 + k = 0 \rightarrow k = -4$$

Por tanto, $f'(x) = x^2 + 3x - 4$

Ahora bien, debemos integrar $f'(x)$ para averiguar la función $f(x)$:

$$f(x) = \int (x^2 + 3x - 4)dx = \frac{x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2} - 4x + k$$

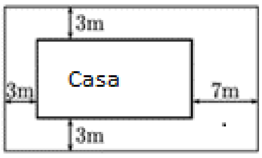
Y como sabemos que pasa por el punto $M(1,2)$, $f(1) = 2$;

$$f(1) = \frac{1^3}{3} + 3\frac{1^2}{2} - 4 \cdot 1 + k = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 4 + k = \frac{-13}{6} + k = 2 \rightarrow k = \frac{25}{6}$$

Por tanto, la función buscada es:

$$\boxed{f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4x + \frac{25}{6}}$$

1B. Se quiere construir una Casa de la Juventud de 240 m^2 de superficie, que estará rodeada por una zona ajardinada con las dimensiones de la imagen.

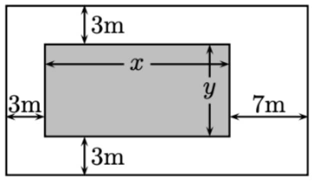


2.5 ptos

Si se quiere minimizar la superficie total de la zona ajardinada, ¿qué dimensiones debe tener la Casa de la Juventud? ¿Cuál es el área de la zona ajardinada?

SOLUCIÓN.

Denominamos x e y a las longitudes desconocidas de la superficie de la Casa de la Juventud:



Sabemos que la superficie de la vivienda debe ser 240 m^2, por tanto: $x \cdot y = 240$

Y, además, queremos minimizar la superficie ajardinada, con lo que debemos construir la función de dicha superficie:

$$Superficie\ del\ Jardín = (x+3+7)\cdot(y+3+3) - xy = (x+10)\cdot(y+6) - xy$$
$$= xy + 6x + 10y + 60 - xy = 6x + 10y + 60$$
$$Superficie\ del\ Jardín = 6x + 10y + 60$$

Despejamos la variable y en la primera relación y la sustituimos en la segunda para obtener la función a minimizar:

$$y = \frac{240}{x}$$
$$Superficie\ del\ jardín = 6x + 10\frac{240}{x} + 60 = 6x + \frac{2400}{x} + 60$$

Buscamos el mínimo de la función de la superficie del jardín:

$$S'(x) = 6 - \frac{2400}{x^2}$$

Igualamos a cero para ver dónde se alcanza el valor extremo:

$$6 - \frac{2400}{x^2} = 0 \rightarrow \frac{6x^2 - 2400}{x^2} = 0 \rightarrow 6x^2 - 2400 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{2400}{6} = 400 \rightarrow$$
$$x = \pm\sqrt{400} = \pm 20$$

Al tratarse de longitudes, descartamos el valor negativo de la x y nos quedamos sólo con el valor positivo: $x = 20$

Comprobemos que se trata de um mínimo:

Valores	$\boldsymbol{x = 10}$	$\boldsymbol{x = 20}$	$\boldsymbol{x = 30}$
Derivada S'	$S'(10) = 6 - \frac{2400}{10^2} = 6 - 24 < 0$	$S'(20) = 0$	$S'(30) = 6 - \frac{2400}{30^2} = 6 - 2.67 > 0$
Función S	Decrece	Mínimo	Crece

Por tanto, la función de la superficie ajardinada alcanza un mínimo cuando $x = 20$, y para este valor, la $y = \frac{240}{20} = 12$

Las dimensiones de la Casa de la Juventud son: **20m x 12m** La superficie ajardinada será: $6\cdot 20 + \frac{2400}{20} + 60 = \boldsymbol{300m^2}$

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

2A. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \; y \; C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Comprobar si la matriz $M = 2I_3 + B^t$ tiene inversa. 0.75 ptos

Donde I_3 la matriz identidad de orden 3.

b) Justificar que existe la matriz X que verifica la ecuación siguiente: 1.75 ptos

$$2X + C = A - X \cdot B^t$$

Calcular razonadamente dicha matriz X.

SOLUCIÓN.

a) Calculamos primero la matriz traspuesta de B:

$$B^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$Averiguamos, ahora, la\ matriz\ M = 2I_3 + B^t$:

$$M = 2I_3 + B^t = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Esta matriz tendrá inversa si su determinante es distinto de cero,

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1 \neq 0$$

Por tanto, la matriz M tiene inversa.

b) Tenemos la ecuación matricial: $2X + C = A - X \cdot B^t$

Despejamos la matriz X:

$$2X + C = A - X \cdot B^t \rightarrow 2X + X \cdot B^t = A - C \rightarrow X(2I_3 + B^t) = A - C \rightarrow$$

$$X = (A - C)(2I_3 + B^t)^{-1}$$

Para justificar que existe la matriz solución de la ecuación es necesario que exista la matriz inversa de $2I_3 + B^t$. Sabemos, por el apartado (a) que dicha matriz tiene inversa y, por tanto, existe solución a la ecuación planteada.

Calculamos primero $(2I_3 + B^t)^{-1} = M^{-1}$,

$$\mathrm{M} = 2I_3 + B^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Adj(M) = Adj(2I_3 + B^t) = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

entonces como $|M| = |2I_3 + B^t| = 1$,

$$(2I_3 + B^t)^{-1} = (Adj(\mathrm{M}))^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Por otro lado,

$$A - C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$ y finalmente

$$X = (A - C)(2I_3 + B^t)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 10 & -3 & -5 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}}$$

2B. Un bar de tapas canario sólo ofrece tres platos en su menú: escaldón, tollos y carajacas. El precio medio de los tres platos (la ración) es de 5€. Se sirven 30 raciones de escaldón, 20 raciones de tollos y 10 raciones de carajacas, por lo que se ingresaron 255 euros en total. Sabiendo que el triple del precio de las carajacas supera en diez euros el doble del precio de los tollos. Calcula el precio de la ración de cada producto. 2.5 ptos

SOLUCIÓN.

Determinamos las variables que debemos averiguar:

x = precio de cada ración de escaldón (€)

y = precio de cada ración de tollos (€)

z = precio de cada ración de carajacas (€)

Escribimos en lenguaje algebraico las relaciones que se dan en el enunciado:

Precio medio de 5€: $\frac{x+y+z}{3} = 5 \rightarrow x + y + z = 15$

Raciones servidas: $30x + 20y + 10z = 255$

Relación de precios: $3z - 10 = 2y \rightarrow -2y + 3z = 10$

El sistema de ecuaciones, resuelto mediante el método de gauss será:

$$\left.\begin{array}{c} x+y+z=15 \\ 30x+20y+10z=255 \\ -2y+3z=10 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{c} x+y+z=15 \\ -10y-20z=-195 \\ -2y+3z=10 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{c} x+y+z=15 \\ -10y-20z=-195 \\ -35z=-245 \end{array}\right\}$$

Por tanto,

$$x = 15 - 5{,}5 - 7 = 2{,}5$$
$$y = \frac{-195 + 20 \cdot 7}{-10} = \frac{-55}{-10} = 5{,}5$$
$$z = \frac{-245}{-35} = 7$$

El precio de las raciones será:

Escaldón: 2,5 €/ración

Tollos: 5,5 €/ración

Carajacas: 7 €/ración

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. En el espacio tridimensional consideramos el plano y las rectas siguientes:

a) $\pi: 2x + 3y - z = 4 \quad ; \quad r: \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + 5y + z = 0 \end{cases} \quad ; \quad s: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{1}$

b) Calcular el punto simétrico de $P(-2,1,2)$ respecto del plano π. 1.25 ptos

c) Calcular el ángulo que forman r y s. 1.25 ptos

Solución:

a) Hallamos la recta t perpendicular al plano π que pasa por P. Entonces $\overrightarrow{v_t} = \overrightarrow{n_\pi}$ y la ecuación es:

$$t: \begin{cases} x = -2 + 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$$

Calculamos la intersección de la recta r con el plano π

$$2(-2 + 2\lambda) + 3(1 + 3\lambda) - (2 - \lambda) = 4$$

$$14\lambda = 7$$

$$\lambda = \frac{1}{2}$$

Por tanto, el punto de intersección es $Q\left(-1, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$, que es el punto medio del punto P y su simétrico P'.

$$P' = P + 2\overrightarrow{PQ} = (-2,1,2) + 2\left(1, \frac{3}{2}, \frac{-1}{2}\right) = (0,4,1).$$

b) Para hallar el ángulo que forman las rectas $r \; y \; s$, aplicamos la siguiente fórmula:

$$cos(\alpha) = \frac{|\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s}|}{|\overrightarrow{v_r}| \cdot |\overrightarrow{v_s}|}$$

Calculamos los vectores directores de las rectas. Una de ellas viene dada como intersección de planos y es necesario averiguar el producto vectorial de los vectores normales que generan la recta.

$$\overrightarrow{v_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = (6, -3, 3) \equiv (2, -1, 1) \qquad \overrightarrow{v_s} = (1,0,1)$$

$$\begin{cases} |\overrightarrow{v_r}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6} \\ |\overrightarrow{v_s}| = \sqrt{2} \\ \overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s} = 3 \end{cases} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{|\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s}|}{|\overrightarrow{v_r}| \cdot |\overrightarrow{v_s}|} = \frac{3}{\sqrt{12}}; \quad \alpha = arcos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 30°.$$

3B. En el espacio tridimensional tenemos las siguientes ecuaciones de rectas:

$$r: \begin{cases} x+2y-7z=0 \\ 2x+3y-12z+1=0 \end{cases} \quad ; \quad s: \begin{cases} 2x-7y-3z=22 \\ x-y+z=1 \end{cases}$$

a) Estudiar la posición relativa de r y s. 1.25 ptos

b) Halla la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s. 1.25 ptos

SOLUCIÓN.

a) Un método es extraer los vectores directores de las rectas y un punto de cada una de ellas

$$\overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -7 \\ 2 & 3 & -12 \end{vmatrix} = -3i-2j-k = (3,2,1)$$

$$\overrightarrow{u_s} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -7 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -10i-5j+5k = (-2,-1,1)$$

Extraemos un punto de cada recta:

$$z=0; \begin{cases} x+2y=0 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x+2y=0 \\ -y=-1 \end{matrix} \rightarrow y=1;\ P(-2,1,0)$$

$$y=0; \begin{cases} 2x-3z=22 \\ x+z=1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 2x-3z=22 \\ -5z=20 \end{matrix} \rightarrow z=-4;\ Q(5,0,-4)$$

$$\overrightarrow{PQ} = (7,-1,-4)$$

Estudiamos si son linealmente independientes: $\{\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_s}, \overrightarrow{PQ}\}$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & -4 \end{vmatrix} = 12+2+14+7+3-16 = 22 \neq 0$$

Las rectas r y s se cruzan

OTRA FORMA DE RESOLVERLO:

Vamos a comprobar si estas rectas pueden ser coincidentes o paralelas, para ello comprobaremos si sus direcciones son proporcionales.

$$\overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -7 \\ 2 & 3 & -12 \end{vmatrix} = (3,2,1);\ \overrightarrow{u_s} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -7 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-2,-1,1)$$

Y como $\frac{3}{-2} \neq \frac{2}{-1}$, las direcciones no son proporcionales, por tanto las rectas r y s no son coincidentes ni paralelas.

Veamos estudiando el rango de las ecuaciones que la definen, si se pueden cortar en un punto o se cruzan. La matriz de coeficientes del sistema y la ampliada serían:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -7 \\ 2 & 3 & -12 \\ 2 & -7 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad M = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -7 & 0 \\ 2 & 3 & -12 & -1 \\ 2 & -7 & -3 & 22 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Calculamos el determinante de M por adjuntos de la primera columna:

$$|M| = 1\cdot\begin{vmatrix}3 & -12 & -1\\ -7 & -3 & 22\\ -1 & 1 & 1\end{vmatrix} - 2\cdot\begin{vmatrix}2 & -12 & -1\\ 2 & -3 & 22\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix} - 7\cdot\begin{vmatrix}2 & 3 & -1\\ 2 & -7 & 22\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix} =$$

$$= (-9+7+264+3-66-84) - 2\cdot(-6-2-264-3-44+24) - 7 \cdot (-14+2+66-7+44-6) =$$

$$= 115 - 2(-295) - 7\cdot(85) = 110 \neq 0.$$

Por tanto $rang(M) = 4$, además

$$|A| = \begin{vmatrix}1 & 2 & -7\\ 2 & 3 & -12\\ 2 & -7 & -3\end{vmatrix} = -9+98-48+42-84+12 = 11 \neq 0 \Rightarrow rang(A) = 3.$$

Las rectas r y s se cruzan.

b) Debemos construir un plano π que contenga a *r* y sea paralelo a *s*. Necesitamos por tanto un punto y dos direcciones

Como π contiene a r tomaremos un punto de *r* y la dirección de *r* como una de las direcciones del plano.

Como π tiene que ser paralelo a *s*, el vector director de *s* nos servirá como segundo vector director del plano.

Un punto de *r,*

$z = 0 \Rightarrow P_r(-2,1,0)$,

$$\overrightarrow{v_r} = \begin{vmatrix}i & j & k\\ 1 & 0 & -3\\ 0 & 1 & 2\end{vmatrix} = (3,2,1) \text{ y } \qquad \overrightarrow{v_s} = \begin{vmatrix}i & j & k\\ 1 & -2 & 0\\ 0 & -1 & -1\end{vmatrix} = (2,1,-1),$$

la ecuación del plano es:

$$\pi = \begin{vmatrix}x+2 & y-1 & z\\ 3 & 2 & 1\\ 2 & 1 & -1\end{vmatrix} = -3(x+2) + 5(y-1) - z = 0$$

$\boldsymbol{\pi: -3x + 5y - z - 11 = 0}$

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

4A. Según el estudio TALIS (2018), el 11% de los docentes de Educación Secundaria en España son menores de 30 años.

a) Elegimos 15 docentes españoles, ¿qué probabilidad hay de que haya menos de 2 docentes menores de 30 años? 1 ptos

b) Supongamos que se seleccionan al azar 200 docentes españoles. ¿Qué probabilidad hay de que entre 20 y 30 docentes sean menores de 30 años? 1 ptos

c) En un grupo de 500 docentes españoles, ¿cuántos cabe esperar que sean mayores de 30 años? 0.5 ptos

SOLUCIÓN

a) Se define la variable *X* = “Nº de docentes menores de 30 años”
Esta variable sigue una distribución binomial de tamaño 15 y probabilidad p=0.11

$$X \sim Bi(15{,}0.11)$$

Como *np*=1.65<5 y *nq* =13.35> 5 no se puede aproximar con la normal

$$P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)$$

$$P(X=0)=\binom{15}{0}0.11^0\cdot 0.89^{15}=0.1741$$

$$P(X=1)=\binom{15}{1}0.11^1\cdot 0.89^{14}=0.3228$$

$$P(X<2)=0.1741+0.3228=0.4969$$

Hay una probabilidad de 0.4969 de que haya menos de dos profesores menores de 30 años en un grupo de 15 docentes españoles elegidos al azar.

b) *Seleccionamos 200 docentes. X*~B(200,0.11)

Como *np*=22>5 y *nq*=178 > 5 se puede aproximar con la normal $N(22,\sqrt{19.58})$

$$P(20<X<30)=P(X<30)-P(X\le 20)=P\left(Z<\frac{30-22}{\sqrt{19.58}}\right)-\ P\left(Z\le\frac{20-22}{\sqrt{19.58}}\right)$$

$$P(20<X<30)=P(Z<1.81)-\ P(Z\le -0.45)=0.9649-(1-0.6736)=\ 0.6385$$

Hay una probabilidad de 0.6385 de que haya entre 20 y 30 profesores menores de 30 años en un grupo de 200 docentes españoles elegidos al azar.

c) En un grupo de 500 profesores los mayores de 30 años se modelizan según *Y*~B(500,0.89)
El número esperado de docentes mayores de 30 años será*:* $\mu=500\cdot 0.89=445$

Se espera una media de 445 docentes españoles mayores de 30 años en un grupo de 500 docentes elegidos al azar.

4B. Las estaturas de las personas que se presentan a una audición para participar en una película siguen una distribución normal de media 168 cm y desviación típica 8 cm.

a) Si se selecciona una persona participante en la audición, averiguar la probabilidad de que tenga una estatura mayor a 156 cm. 1 ptos

b) Se afirma que más del 15% de los participantes en la audición medían más de 1,82 metros. Justifica la veracidad o falsedad de dicha afirmación. 0.75 ptos

c) ¿Qué probabilidad hay de que, elegida una persona al azar, su estatura se encuentre entre 166 y 172 cm? 0.75 ptos

SOLUCIÓN.

a) Se define la variable

$$X = \text{"}estatura\ de\ las\ personas\ que\ se\ presentan\ a\ una\ audición\text{"}$$

$$X \sim N(168,8)$$

$P(X > 156) \underbrace{\overset{tipificando}{=}}_{Z=\frac{X-168}{8}\sim N(0,1)} P\left(Z > \frac{156-168}{8}\right) = P(Z > -1.5) = P(Z < 1.5) =$

$0.9332 \approx 93.32\%;$

$\boxed{La\ probabilidad\ de\ que\ una\ persona\ elegida\ al\ azar\ mida\ más\ de\ 156cm\ es\ de\ 0.9332}$

b) $P(X > 182) \underbrace{\overset{tipificando}{=}}_{Z=\frac{X-168}{8}\sim N(0,1)} P\left(Z > \frac{182-168}{8}\right) = P(Z > 1.75) = 1 - P(Z \leq 1.75) = 1 -$

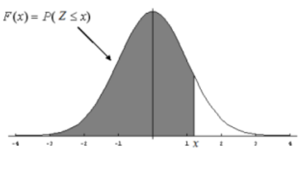
$0.9599 = 0.0401 = 4.01\%$

Por lo que no es cierto que los que miden 1.82 o más representen el 15%, pues representan el 4% de los presentados.
La afirmación es **falsa**

c) $P(166 \leq X \leq 172) \underbrace{\overset{tipificando}{=}}_{Z=\frac{X-168}{8}\sim N(0,1)} P\left(\frac{166-168}{8} \leq Z \leq \frac{172-168}{8}\right) = P(-0.25 \leq Z \leq$

$0.5) = P(z \leq 0.5) - P(Z \leq -0.25) = 0.6915 - (1 - 0.5987) = 0.2902 \rightarrow 29.02\%$

La probabilidad de que mida entre 166 y 172 cm es de 0.2902 ~ 29.02%



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767