Distrito Universitario de Canarias

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2021–2022

MATERIA: MATEMÁTICAS II		(4)
	Convocatoria:	

Instrucciones:

- Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas entre las parejas 1A-1B, 2A-2B, 3A-3B y 4A-4B, correspondientes a cada uno de los bloques de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque de contenido, se considerará sólo la primera pregunta respondida de ese bloque.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica no programable ni con conexión a Internet.

Criterios de calificación

A) Se valorará todo lo escrito en cada respuesta y no sólo el resultado final.

B) En las respuestas se corregirán los desarrollos necesarios y también las explicaciones breves de los mismos.

C) Cada error cometido en una respuesta resta calificación en función de la importancia de dicho error, pero no repercute en lo que se haya hecho después, mientras lo realizado sea coherente con dicho error y tenga sentido matemático.

D) Se penalizará cada notación gravemente incorrecta, que indique desconocimiento de cuestiones importantes (por ejemplo, usar la notación de determinante cuando se trata de una matriz o viceversa, confundir coordenadas de vector o de punto).

E) Cuando sea necesario representar gráficamente una función, dicha representación deberá basarse en características importantes de la misma, que deberá obtener previamente, aunque en el enunciado de la pregunta esto no se haya pedido de forma explícita.

F) Cuando haya que representar gráficamente una región plana, sea limitada por rectas, sea limitada por curvas y rectas, o sea limitada por varias curvas, no sólo habrá que representar correctamente los segmentos o arcos que intervengan (según apartado E), sino que habrá que calcular los puntos de corte entre ambas gráficas, si dichos puntos están relacionados con la región pedida. Se dará cada uno de esos puntos con sus dos coordenadas, aunque no se pida explícitamente.

G) Cuando se piden abscisas basta con la coordenada x. Cuando se piden puntos deben dar las dos coordenadas.

H) Los rangos de las matrices hay que justificarlos (puede hacerse por la técnica de menores orlados o reduciendo la matriz a una escalonada por filas equivalentes)

I) En respuestas sobre geometría del espacio, no basta escribir una ecuación pedida (o que se necesite para otro resultado), sino que se requiere una explicación mínima de lo que significa geométricamente y de dónde provienen los números que aparecen en esta como coeficientes. Igualmente, cuando se trata de varias ecuaciones simultáneas (ecuaciones de una recta o ecuaciones paramétricas de un plano).

J) Los cálculos intermedios hay que hacerlos siempre en forma exacta (se observa que algunos alumnos, desde el principio de una respuesta, sustituyen algún valor por una mala aproximación decimal, con la cual operan dando por bueno el resultado final obtenido, que suele estar muy alejado del resultado correcto). Así uno de los objetivos a evaluar es una operatoria adecuada y que conozcan el uso correcto de los números que deben utilizar según el contexto de trabajo.

K) Se exige utilizar correctamente los signos de igualdad y de aproximación.

L) En los cálculos de probabilidad donde se proceda a realizar la aproximación de la distribución binomial por la distribución normal se debe justificar que el procedimiento se puede hacer.

M) En los problemas de probabilidad se debe indicar el teorema que se utiliza para realizar el cálculo de la probabilidad.

N) Los problemas de probabilidad que utilicen la Distribución Binomial, deberán escribir la fórmula de cálculo de la probabilidad.

SE PROPONE UNA SOLUCIÓN CORRECTA. OTRAS SOLUCIONES CORRECTAS TAMBIÉN SE ACEPTAN

Bloque 1.- Análisis (seleccione solo una pregunta)

1A. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \boldsymbol{(x-1)^2 + bx} & \boldsymbol{si\ \ x < 1} \\ \boldsymbol{a + ln(x)} & \boldsymbol{si\ x \geq 1} \end{cases}$$

a) Estudia los valores de los parámetros a y b para que la función f(x) sea continua y derivable en $\mathbb{R}$**.** Escribe la función resultante $f(x)$ 1.5 ptos

b) Tomando los valores $a = -2\ y\ b = 1$, calcula la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = e$ 1 pto

Solución:

a) El **primer tramo** es una función polinómica, por tanto, continua y derivable.

En el **segundo tramo** aparece la función $\boldsymbol{ln(x)}$**,** que es continua y derivable para todo x>0, y como está definida para los $x \geq 1$ tenemos garantizada la continuidad y derivabilidad en el dominio de definición.

Entonces, la función f(x) es continua y derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$.

Estudiemos ahora que ocurre en x=1.

Continuidad

$$\begin{cases} f(1) = a \\ \lim\limits_{x\to 1^-} (x-1)^2 + bx = b \\ \lim\limits_{x\to 1^+} a + \ln(x) = a \end{cases} \rightarrow \text{para que sea continua } en\ x = 1, \lim_{x\to 1} f(x) = f(1).$$

Entonces $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$.

Calculamos ahora la derivada de $f(x)$

$$f'(x) = \begin{cases} 2(x-1) \quad + b & si\ \ x < 1 \\ \frac{1}{x} & si\ x > 1 \end{cases} \Longrightarrow f'(1)^+ = 1;\quad f'(1)^- = b.$$

Por tanto para que sea derivable en x=1 se tiene que dar que $\boldsymbol{b = 1.}$

Para que la función sea continua y derivable en todo $\mathbb{R}$, $\boldsymbol{a = 1\ y\ b = 1}\ y$ la función sería

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \boldsymbol{(x-1)^2 + x} & \boldsymbol{si\ \ x < 1} \\ \boldsymbol{1 + ln(x)} & \boldsymbol{si\ x \geq 1} \end{cases}.$$

b) Si $a = -2\ y\ b = 1$, entonces

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + x & si\ \ x < 1 \\ -2 + \ln(x) & si\ x \geq 1 \end{cases}$$

Tenemos entonces que

$$\begin{cases} f(e) = -2 + \ln(e) = -1 \\ f'(x) = \frac{1}{x},\quad para\ x > 1 \\ f'(e) = \frac{1}{e} \end{cases} \Longrightarrow \text{la ecuación de la recta tangente es } \boldsymbol{y + 1 = \frac{1}{e}(x - e)}.$$

$$\boldsymbol{y = \frac{1}{e}x - 2}$$

1B. Realiza el cálculo de las siguientes integrales:

a) $\int \frac{x+4}{x^2+4}\ dx$ 1.25 ptos b) $\int_1^e \frac{(lnx)^3}{x}\ dx$ 1.25 ptos

Solución:

a) $\int \frac{x+4}{x^2+4} dx = \int \frac{x}{x^2+4} dx + \int \frac{4}{x^2+4} dx =$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+4} dx + 2\int \frac{1/2}{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 1} dx =$$

$$= \frac{1}{2} ln(x^2+4) + 2arctan\frac{x}{2} + C$$

b) $\int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x}\ dx = \begin{bmatrix} t = lnx \\ dt = \frac{1}{x}dx \end{bmatrix} = \int_0^1 t^3 dt = \left.\frac{(\ln x)^4}{4}\right]_1^e = \frac{(\ln e)^4}{4} = \frac{1}{4}$

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

2A. Averigua qué dos matrices de dimensiones 3x3, X e Y, verifican las siguientes condiciones:

- La suma de ambas matrices X e Y da como resultado la matriz I_3

  (siendo I_3 la matriz identidad $3x3$) 2.5 ptos

- Siendo $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & -7 \\ 14 & -12 & 0 \\ 0 & -7 & -5 \end{pmatrix}$, la matriz traspuesta de A es el resultado de realizar la resta del doble de la matriz X y cinco veces la matriz Y

Solución:

Con los datos del problema podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones matricial:

$$\begin{cases} X + Y = I_3 \\ 2X - 5Y = A^t \end{cases} \xrightarrow{(-2)\cdot 1^{\text{º}}\ ec} \begin{cases} -2X - 2Y = -2I_3 \\ 2x - 5Y = A^t \\ -7Y = -2I_3 + A^t \end{cases}$$

De aquí,

$$Y = \frac{-1}{7}(-2I_3 + A^t) = \frac{-1}{7}\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 14 & 0 \\ 0 & -12 & -7 \\ -7 & 0 & -5 \end{pmatrix}\right]$$

$$= \frac{-1}{7}\begin{pmatrix} 7 & 14 & 0 \\ 0 & -14 & -7 \\ -7 & 0 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sustituyendo en la primera ecuación se obtiene que:

$$X = I_3 - Y = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2B. Dado el siguiente sistema de ecuaciones con un parámetro k:

$$\left.\begin{aligned} kx - y - z = 1 \\ x + ky + 2kz = k \\ x + y + z = -1 \end{aligned}\right\}$$

a) Discute la resolución del sistema de ecuaciones, según los valores que pueda tomar el parámetro k 1.5 ptos

b) Resuelve el sistema para $k = 1$ 1 pto

Solución:

a) Definimos la matriz del sistema $A = \begin{pmatrix} k & -1 & -1 \\ 1 & k & 2k \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada $M = \left(\begin{array}{ccc|c} k & -1 & -1 & 1 \\ 1 & k & 2k & k \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right)$

Estudiamos el $rang(A)$:

Para ello calculamos $|A|$

$|A| = \begin{vmatrix} k & -1 & -1 \\ 1 & k & 2k \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = k^2 - 1 - 2k + k + 1 - 2k^2 = -k^2 - k = 0 \Rightarrow$

$-k\,(k + 1) = 0 \Rightarrow k = 0$ y $k = -1$

Por tanto,

- Si $\boldsymbol{k} \neq \boldsymbol{0}$ y $\boldsymbol{k} \neq \boldsymbol{-1}$,$|A| \neq 0 \Rightarrow rang(A) = rang(M) = 3$

Nº de incógnitas =3

Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, el sistema es un SCD con solución única.

- Si $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$, $|A| = 0 \Rightarrow rang(A) \neq 3$

Entonces: $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $M = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right)$

El $rang(A) = 2$, pues el menor de orden 2 $\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$

Estudiemos el $rang(M) = rang \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right)$.

Como la 2ª, 3ª y 4ª col. son iguales o proporcionales : $rang(M) = rang \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$= 2$.

Tenemos en este caso:

$$rang(A) = rang(M) = 2$$

Nº de incógnitas =3

Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, el sistema es un SCI con infinitas soluciones.

- Si $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{-1}$, $|A| = 0 \Rightarrow rang(A) \neq 3$

Entonces: $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $M = \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right)$

El $rang(A) = 2$, pues el menor de orden 2 $\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$

El $rang(M) = 2$, ya que la 1ª y 3ª fila son proporcionales.

Tenemos en este caso:

$$rang(A) = rang(M) = 2$$

Nº de incógnitas =3

Aplicando el teorema de Rouché-Fröbenius, el sistema es un SCI con infinitas soluciones.

a) Si $\boldsymbol{k}=\mathbf{1}$, el sistema (como hemos visto en a) es un SCD con:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix} \quad \text{y} \quad M=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 1 & -1\end{array}\right)$$

Aplicamos la regla de Cramer para resolverlo:

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=-2$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ -1 & 1 & 1\end{vmatrix}}{|A|}=\frac{0}{-2}=0$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}}{|A|}=\frac{6}{-2}=-3$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}}{|A|}=\frac{-4}{-2}=2$$

La solución del sistema será: $(x,y,z)=(0,-3,2)$

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. En el espacio tridimensional conocemos las ecuaciones de las rectas siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 4y - 3z = -1 \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} x + 4y + 12 = 0 \\ 6y + z + 13 = 0 \end{cases}$$

a) Estudiar la posición relativa de las rectas r y s 1.25 ptos

b) Encontrar la ecuación del plano π paralelo a la recta s que contiene a la recta r. 1.25 ptos
Hallar el punto de corte de dicho plano π con la recta: $t \equiv \frac{x+4}{-1} = \frac{y-8}{3} = z - 2$

Solución:

a) Obtenemos los vectores directores de ambas rectas:

$$\overrightarrow{v_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix} = (6,9,12) \equiv (2,3,4) \qquad \overrightarrow{v_s} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix} = (4,-1,6)$$

Los vectores obtenidos no son proporcionales, por lo que las rectas no son ni paralelas, ni coincidentes,

$$\frac{2}{4} \neq \frac{3}{-1} \neq \frac{4}{6}.$$

Veamos si las rectas son coplanarias o bien se cruzan.

Una forma de comprobarlo es estudiar si el conjunto de vectores formado por los vectores directores de las rectas y el vector determinado por un punto de cada recta, son linealmente independientes.

Obtengamos un punto de cada una de las rectas.

Un punto de la recta r:

Tomamos $y = -1$; $\begin{cases} 3x + 2 = -1 \\ -4 - 3z = -1 \end{cases}$; $x = -1$; $z = -1$; $P_r(-1,-1,-1)$

Un punto de la recta s:

Tomamos $y = 0$; $\begin{cases} x + 12 = 0 \\ z + 13 = 0 \end{cases}$; $x = -12$; $z = -13$; $P_s(-12,0,-13)$

y $\overrightarrow{P_sP_r} = (11,-1,12)$.

Valorando ahora el rango $(\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \overrightarrow{P_sP_r})$, determinamos si se cortan o se cruzan.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -12 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 6 & -13 \end{vmatrix} \neq 0$$

Entonces r y s se cruzan.

b) $\pi \parallel s$ y $r \subset \pi$, por tanto puedo formar el plano con un punto de la recta r y los vectores directores de r y s.

Un punto de la recta r:

Tomamos $y = -1$; $\begin{cases} 3x + 2 = -1 \\ -4 - 3z = -1 \end{cases}$; $x = -1$; $z = -1$; $P_r(-1,-1,-1)$

Y los vectores directores $\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}$

$$\overrightarrow{v_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix} = (6,9,12) \equiv (2,3,4) \qquad \overrightarrow{v_s} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix} = (4,-1,6)$$

Entonces

$$\pi: \begin{vmatrix} x+1 & y+1 & z+1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 6 \end{vmatrix} = 22(x+1) + 4(y+1) - 14(z+1)$$
$$= 22x + 4y - 14z + 12 = 0$$

$\pi: 11x + 2y - 7z + 6 = 0.$

Calculamos ahora el punto de intersección del plano π con la recta : $t \equiv \frac{x+4}{-1} = \frac{y-8}{3} = z - 2$. Pasamos la recta t a paramétricas y sustituimos en la ecuación del plano.

$$t: \begin{cases} x = -4 - \lambda \\ y = 8 + 3\lambda \longrightarrow 11(-4-\lambda) + 2(8+3\lambda) - 7(2+\lambda) + 6 = 0 \\ z = 2 + \lambda \\ \qquad\qquad -12\lambda - 36 = 0; \quad \lambda = -3 \end{cases}$$

El punto de intersección tiene de coordenadas: (-1,-1,-1).

3B. En el espacio tridimensional conocemos las ecuaciones siguientes:

$$\pi \equiv \begin{cases} x = 1 + t + 4s \\ y = 1 + s \\ z = 3 - 2t - 5s \end{cases} \; ; r_1 \equiv \frac{x+4}{5} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-1}{0} \; ; r_2 \equiv \begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ y + 4z = 5 \end{cases}$$

a) Calcular la ecuación de la recta s, perpendicular al plano π y que contiene el punto de intersección de las rectas r_1 y r_2 1.25 ptos

b) ¿Es cierto que el ángulo entre las rectas r_1 y r_2 es menor de 45º? Justifícalo 1.25 ptos

Solución:

a) Buscamos el punto de corte de las rectas r_1 y r_2. Para ello, pasamos a paramétrica la recta r_1 y la sustituímos en r_2 para encontrar dicho punto.

$$r_1\colon \begin{cases} x = -4 + 5\lambda \\ y = -5 + 6\lambda, \quad \lambda \in \mathbb{R}. \\ z = 1 \end{cases}$$

Sustituimos en la ecuación de la recta r_2:

$$\begin{cases} 4(-4 + 5\lambda) + 3(-5 + 6\lambda) = 7 \\ (-5 + 6\lambda) + 4 = 5 \end{cases} \Longrightarrow \lambda = 1$$

Punto de corte es: $P_s(1, 1, 1)$

Otra forma: Como sabemos que z=1, por r_1, podemos sustituir en las ecuaciones de r_2 y obtener el valor del punto común: (1,1,1)

Buscamos ahora el vector normal del plano, que es el vector director de la recta s:

$$\vec{n}_\pi = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix} = \overrightarrow{2\imath} - 3\vec{\jmath} + \vec{k} = (2, -3, 1)$$

La ecuación de la recta será:

$$s\colon (x, y, z) = (1,1,1) + t(2, -3,1)$$

b) Para calcular el ángulo entre las rectas necesitamos los vectores directores de las mismas, $\vec{v}_{r_1}=(5,6,0)$ y $\vec{v}_{r2} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \overrightarrow{12\imath} - 16\vec{\jmath} + 4\vec{k} \equiv (3, -4, 1)$

Se tiene que

$\alpha = arc\ cos\left(\frac{|\vec{v}_r \cdot \vec{v}_s|}{|\vec{v}_r| \cdot |v_s|}\right)$ =arccos$\left(\frac{|15-24|}{\sqrt{25+36} \cdot \sqrt{9+16+1}}\right)$ =arccos$\left(\frac{9}{\sqrt{61} \cdot \sqrt{26}}\right)$= arccos 0.226 =76,94° ,

por lo que la afirmación es falsa pues el ángulo es mayor de 45°.

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

4A. Tenemos una caja con bolas de madera y de plástico de distintos colores, pero con el mismo tamaño y aspecto. Contamos con la siguiente información de su contenido:

- El 38% son bolas azules y, de este color, la mitad son de madera
- El 29% son bolas rojas y, de este color, las tres cuartas partes son de madera
- El 33% son bolas verdes y, de este color, dos tercios son de madera

Extraemos una bola de la caja. Responde a las siguientes preguntas:

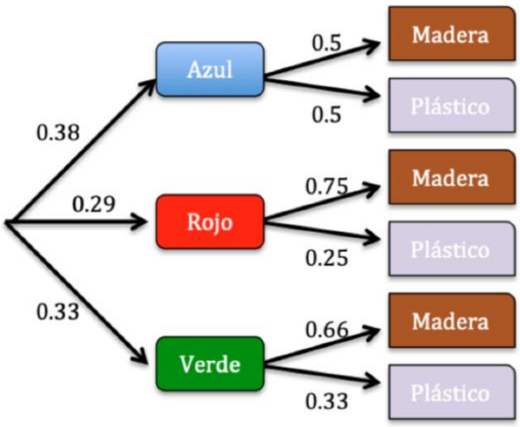
a) Construye el árbol de probabilidades 0.5 ptos

b) Calcula la probabilidad de que, al sacar una bola al azar de la caja, sea de madera 1 pto

c) Si la bola extraída de la caja es de plástico, ¿qué probabilidad hay de que sea de color rojo? 1 pto

Solución:

a)



b) Sean los sucesos:

A= salir bola azul
R= salir bola roja
V= salir bola verde
M= salir bola de madera
Pl= salir bola de plástico

Aplicamos el teorema de la probabilidad total:

$$P(M) \underbrace{=}_{\substack{Probabilidad\\total}} P\left({}^{M}/_{A}\right)\cdot P(A) + P\left({}^{M}/_{R}\right)\cdot P(R) + P\left({}^{M}/_{V}\right)\cdot P(V) =$$

$$= 0.5\cdot 0.38 + 0.75\cdot 0.29 + \frac{2}{3}\cdot 0.33 = 0.6275 \rightarrow 62.75\%$$

La probabilidad de que la bola sea de madera es de 0.63

c) Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P\left({}^{R}/_{Pl}\right) \underbrace{=}_{\substack{Torema\\de\ Bayes}} \frac{P\left({}^{Pl}/_{R}\right)\cdot P(R)}{P(Pl)} = \frac{0.25\cdot 0.29}{1-0.6275} = 0.1946 \rightarrow 19.46\%$$

La probabilidad de que sea de color rojo sabiendo que es de plástico es 0.19

4B. El número de ventas diarias de periódicos en un quiosco se distribuye como una distribución normal de media 30 periódicos y desviación típica $\sqrt{2}$. Determina:

a) La probabilidad de que en un día se vendan entre 28 y 31 periódicos 1 pto

b) Justifica si es cierto que la probabilidad de vender más de 32 periódicos es menor que 0.1 0.75 ptos

c) El dueño del quiosco considera que su puesto está situado en una buena zona, ya que sabe que hay más de un 80% de posibilidades de vender más de 29 periódicos diarios. ¿Está en lo cierto? Justifícalo 0.75 ptos

Solución:

X presenta el número de periódicos vendidos por el quiosco en un día y según los datos del problema esta variable se distribuye como una normal con media $\mu = 30$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{2} \rightarrow X \sim N\left(30, \sqrt{2}\right)$.

a) $P(28 \le X \le 31) \underbrace{\overset{tipificando}{=}}_{Z=\frac{X-30}{\sqrt{2}} \sim N(0,1)} P\left(\frac{28-30}{\sqrt{2}} \le Z \le \frac{31-30}{\sqrt{2}}\right) = P(-1.41 \le Z \le 0.71) =$

$P(z \le 0.71) - P(Z \le -1.41) = 0.7611 - (1 - 0.9207) = 0.6818 \rightarrow 68.18\%$

La probabilidad de vender entre 28 y 31 periódicos es de 0.68

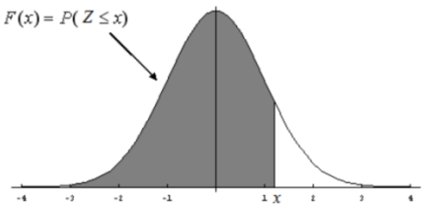
b) $P(X > 32) \underbrace{\overset{tipificando}{=}}_{Z=\frac{X-30}{\sqrt{2}} \sim N(0,1)} P\left(Z > \frac{32-30}{\sqrt{2}}\right) = P(Z > 1.41) = 1 - P(Z \le 1.41) = 1 -$

$0.9207 = 0.0793 \approx 8\%$;

Efectivamente es cierto, ya que la probabilidad de vender más de 32 periódicos no llega al 8%.

c) $P(X > 29) = P\left(Z > \frac{29-30}{\sqrt{2}}\right) = P(Z > -0.71) = P(Z \le 0.71) = 0.7611 = 76.11\%$

Por lo que no es cierto que tenga más de un 80% de posibilidades de vender más de 29 periódicos, sino un 76%.
La afirmación es **falsa**



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767