

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas la matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & a & 2 & 2-a \\ -1 & 2 & a & a-2 \end{pmatrix}$ y $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- (1.5 puntos) Estudiar el rango de A en función del parámetro real a .
- (1 punto) Calcular, si es posible, la inversa de la matriz AM para el caso $a = 0$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$, donde \ln denota el logaritmo neperiano, definida para $x > 0$, se pide:

- (0.5 puntos) Calcular, en caso de que exista, una asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$.
- (1 punto) Encontrar un punto de la curva $y = f(x)$ en el que la recta tangente a dicha curva sea horizontal y analizar si dicho punto es un extremo relativo.
- (1 punto) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$ y $x = e$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = z$ y la recta s que pasa por el punto $(2, -5, 1)$ y tiene dirección $(-1, 0, -1)$, se pide:

- (1 punto) Estudiar la posición relativa de las dos rectas.
- (1 punto) Calcular un plano que sea paralelo a r y contenga a s .
- (0.5 puntos) Calcular un plano perpendicular a la recta r y que pase por el origen de coordenadas.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

La probabilidad de que un pez de una determinada especie sobreviva más de 5 años es del 10%. Se pide:

- (1 punto) Si en un acuario tenemos 10 peces de esta especie nacidos este año, hallar la probabilidad de que al menos dos de ellos sigan vivos dentro de 5 años.
- (1.5 puntos) Si en un tanque de una piscifactoría hay 200 peces de esta especie nacidos este mismo año, usando una aproximación mediante la distribución normal correspondiente, hallar la probabilidad de que al cabo de 5 años hayan sobrevivido al menos 10 de ellos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de patatas y pagó un total de 19 euros. Al mirar la cuenta comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de patatas de más. Reclamó y le devolvieron 4 euros.

Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo 3 euros, lo que suponía un descuento del 40% respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios sin descuento de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de patatas?

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}$, se pide:

- a) (0.5 puntos) Determinar su dominio.
- b) (1.5 puntos) Determinar sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- c) (0.5 puntos) Calcular los límites laterales $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados el punto $A(2, 1, 0)$ y el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 4z = 36$, se pide:

- a) (0.75 puntos) Determinar la distancia del punto A al plano π .
- b) (1 punto) Hallar las coordenadas del punto del plano π más próximo al punto A .
- c) (0.75 puntos) Hallar el punto simétrico de A respecto al plano π .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un 80% de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontánea es del 10%. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.

- a) (1 punto) Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.
- b) (1.5 puntos) Si un paciente elegido al azar ha mejorado, hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0,45) = 0,6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Obtener los valores críticos ($[a = 1]$ y $[a = -2]$): 0.75 puntos (repartidos en procedimiento: 0.5 y cálculos 0.25). Realizar correctamente el estudio del rango: 0.25 puntos, por cada uno de los tres casos.
- b) Multiplicar correctamente las dos matrices: 0.25 puntos. Calcular la inversa: 0.75 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.25 puntos. Calcular $f'(x)$: 0.25 puntos. Hallar el punto de tangente horizontal: 0.25 puntos. Justificar que es un máximo relativo: 0.25 puntos.
- c) Plantear la integral a calcular: 0.25 puntos. Primitiva: 0.5 puntos. Regla de Barrow: 0.25 puntos

Ejercicio 3.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Identificar la binomial: 0.25 puntos. Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Encontrar la normal adecuada: 0.5 puntos. Tipificar: 0.5 puntos. Obtener la probabilidad pedida: 0.5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

Planteamiento correcto del sistema: 1.5 puntos (0.5 por cada ecuación). Resolución del sistema planteado 0.5 puntos. Interpretación correcta (incluyendo la identificación de las variables): 0.5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Procedimiento: 0.25 puntos. Resultado: 0.25 puntos.
- b) Calcular $f'(x)$: 0.25 puntos. Hallar los puntos críticos: 0.25 puntos. Estudiar el crecimiento en los cuatro intervalos: 1 punto (repartidos en procedimiento: 0.5, resultados: 0.5).
- c) Cada límite: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Procedimiento: 0.5 puntos. Resultado: 0.25 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Identificación correcta de las probabilidades: 0.5 puntos. Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 1 punto. Resolución: 0.5 puntos.